

EXAMEN DE BACCALAUREAT – 2018

Option spécifique Physique – Application des mathématiques

Examen écrit de Physique

Temps à disposition : 4 heures.
Matériel autorisé : formulaire et machine à calculer non programmable.

Nombre de points par problème

Problème 1 : 20 pts
Problème 2 : 15 pts
Problème 3 : 15 pts
Problème 4 : 15 pts
Problème 5 : 15 pts

La note maximale de 6 correspond à 75 points.

- 1) La planète Uranus possède vingt-sept satellites naturels connus. Ces lunes tirent leurs noms des personnages des œuvres de William Shakespeare et d'Alexander Pope. Les deux premières lunes, Titania et Obéron, furent découvertes en 1787 par l'astronome William Herschel, six ans après avoir détecté la planète.

Le tableau ci-dessous présente les caractéristiques orbitales des huit lunes principales. La distance Uranus-lune X est en fait le demi-grand axe a de la trajectoire elliptique, exprimé en rayons de la planète ($R_{\text{Uranus}} = 2,53 \cdot 10^4$ km). La période T est exprimée en jours terrestres.

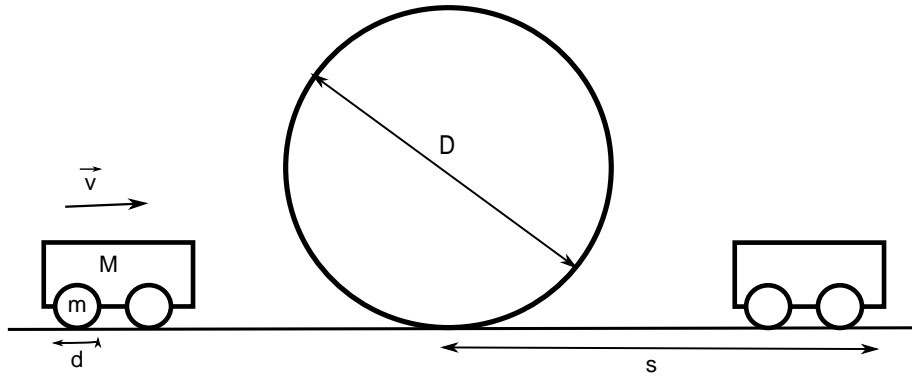
Lunes	demi-grand axe a	période T
Bianca	2.34	0.43
Belinda	2.97	0.62
Puck	3.40	0.76
Miranda	5.11	1.41
Ariel	7.55	2.52
Umbriel	10.52	4.14
Titania	17.22	8.71
Obéron	23.06	13.46

- a) Représentez sur une feuille de papier millimétré le graphique $\log a = f(\log T)$. Que constate-t-on ?
- b) A l'aide de la méthode des moindres carrés, établissez la fonction $a = f(T)$.
- c) En 1986, la sonde spatiale Voyager 2 croise la planète Uranus et découvre plusieurs autres petites lunes, dont Cordélia qui présente une période de 0.34 jours terrestres. Déterminer le demi-grand axe de son orbite.
- d) En fait, toutes les lunes ci-dessus ont des orbites quasi circulaires. Etablissez théoriquement - avec des lois de la mécanique - la relation qui lie le rayon R de l'orbite (ici $a = R$) à la période T . En déduire la masse de la planète Uranus.
- e) Sachant qu'Uranus met 84 ans pour boucler un tour du Soleil, déterminez le demi-grand axe de son orbite en unités astronomiques (1 UA = demi-grand axe de la Terre).

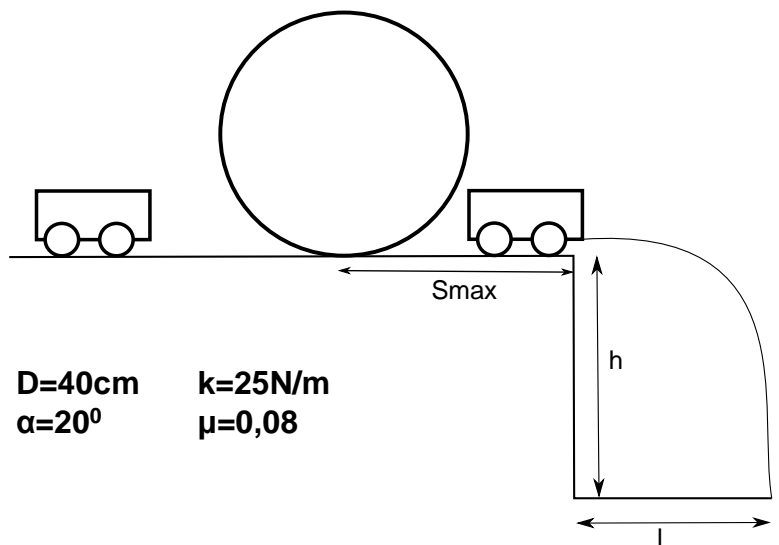
Consignes : Pour les alignements, employer la méthode des moindres carrés.

La droite d'équation $y = a \cdot x + b$ telle que la somme $\sum_{k=1}^n (a \cdot x_k + b - y_k)^2$ soit minimale est appelée droite de régression de y

en x . Ses coefficients sont
$$a = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \cdot y_k - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - \bar{x}^2}$$
 et $b = \bar{y} - a \cdot \bar{x}$

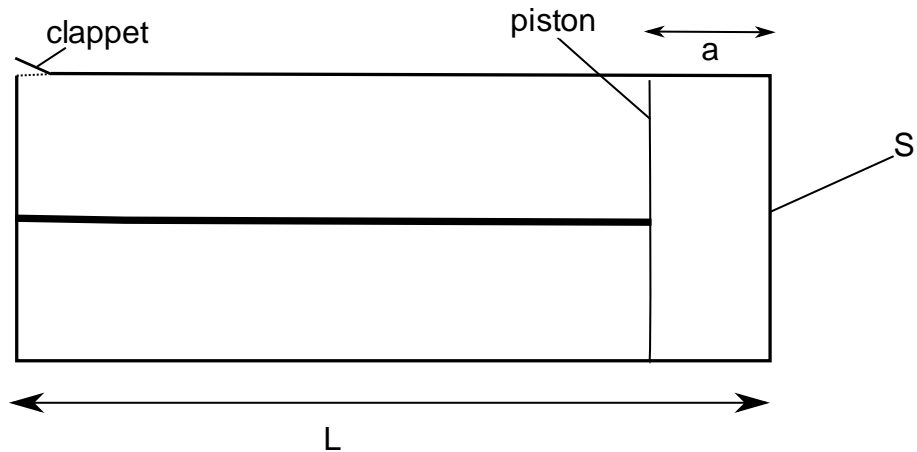


- 2) Un enfant joue avec une petite voiture dotée d'un ressort. Il suffit de reculer la voiture pour allonger le ressort (enroulé dans la voiture) et lorsqu'on lâche cette dernière, elle accélère propulsée par le ressort. La voiture est lâchée sur un circuit (Figure 1.) pour effectuer un looping. Elle possède une masse totale M , ses roues cylindriques ont chacune une masse m et un diamètre d . Le ressort a une constante k , un étirement maximal de x_{\max} . Le diamètre du looping est D . La vitesse au bas du looping est v_1 et la vitesse en haut est v_2 . Dans cette première partie on néglige les frottements !
- Combien vaut v_2 en fonction de v_1 ?
 - De quelle distance x_{\min} doit-on reculer la voiture pour que celle-ci passe le looping ?
 - Dans un 2e temps, on cherche à estimer la distance que va parcourir la voiture, si les roues se bloquent. Le frottement alors est considéré comme constant tout le long du trajet et le coefficient vaut μ . La voiture parcourt donc d_1 avant le looping, le looping et continue sur une distance s , avant de s'arrêter. Quelle distance maximale s peut parcourir la voiture ?
 - La table sur laquelle joue l'enfant fait une hauteur h et n'a qu'une distance s_{\max} disponible. A quelle distance de la table la voiture touchera-t-elle le sol, si elle est lâchée dans les conditions données en c. ?



Application numérique :

$M=80g$	$m=2,2g$	$d=1,4cm$	$D=40cm$	$k=25N/m$
$d_1=80cm$	$x_{\max}=20cm$	$h=5cm$	$\alpha=20^\circ$	$\mu=0,08$
$g=10m/s^2$	$s_{\max}=1m$	$h=70cm$		



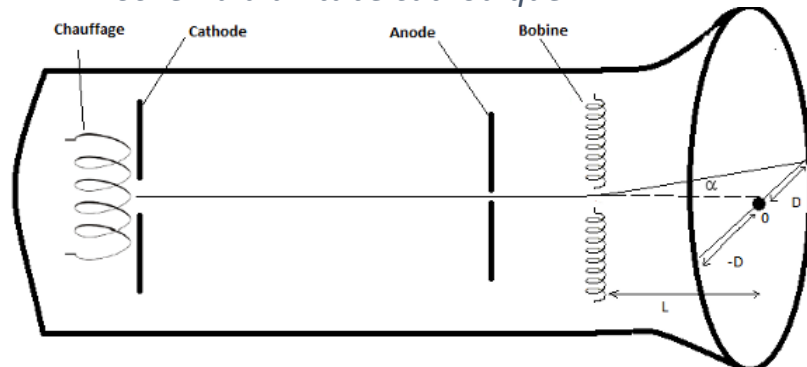
- 3) Un cylindre horizontal de longueur L et section S est occupé par un piston, à l'exception d'une longueur a . Un mélange de H_2 et O_2 , dans un rapport de 2 moles de H_2 pour une mole de O_2 est enfermé à pression normale (p_0) et température θ dans le volume libre du cylindre.
- Quelle masse de H_2 et de O_2 sont enfermées respectivement dans le cylindre ?
 - Une étincelle déclenche une réaction en chaîne qui aboutit à une explosion. L'hydrogène et l'oxygène se transforment en eau. La réaction étant exotherme, elle produit la chaleur Q . Si la température de départ était de 25° quelle sera la température juste après la réaction ? Et la pression ?
 - Le piston se déplace alors, laissant le cylindre libre pour l'expansion du gaz. Si cette expansion est adiabatique, quelles seront la température et la pression finales ?
 - On applique un processus isochore pour que le gaz atteigne la pression d'après explosion. Quelle sera alors la température ?
 - Enfin, on applique un processus isobare pour revenir au volume initial. Quel travail a fourni le cycle total de la vapeur ?

Application numérique :

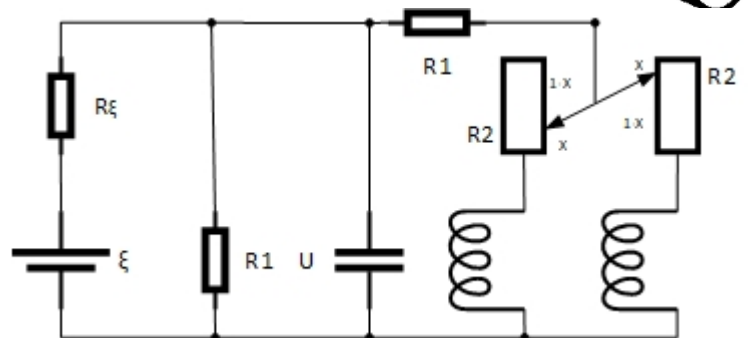
$L=7,5 \text{ cm}$	$S=69,4 \text{ cm}^2$	$a=0,5 \text{ cm}$	$p_0=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
$\theta =25^\circ\text{C}$	$Q_{H_2O_2 \rightarrow H_2O}=240 \text{ kJ/mol}$	$c_e=4180 \text{ J/kgK}$	$c_v=2030 \text{ J/kgK}$
$L_v=2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$	$\gamma=1,32$ pour le gaz H_2O		

- 4) Un bricoleur construit un tube cathodique en s'inspirant du schéma ci-contre. Il utilise une résistance R_1 pour chauffer la cathode, un condensateur représente la cathode et l'anode et utilise un assemblage spécial pour les bobines de déviation. (On ne considérera que les déviations dans le sens horizontal.)

Schéma d'un tube cathodique



Pour les bobines de déviation, il les place verticalement *face à face*, chacune produisant un champ magnétique opposé. Ainsi, en utilisant 2 potentiomètres, il peut varier l'intensité du champ magnétique résultant entre les bobines. Un moteur permet de tourner la barre qui relie le circuit aux 2 potentiomètres, tel que pour chaque portion x du potentiomètre R_2 qu'il faut traverser pour une bobine, il traverse la portion $1-x$ pour l'autre bobine.



- Trouver la résistance équivalente $R_{\text{éq}}$ du système en fonction de la tension du circuit ξ (force électromotrice), de la résistance de la source R_ξ , des résistances R_1 et R_2 ainsi que la portion x . (On estime que les autres éléments (condensateur et bobines n'ont pas de résistance).
- Quelles valeurs doit avoir x pour que $R_{\text{éq}}$ soit maximale ou minimale ?
- Trouver le courant I du circuit et donner ses valeurs maximales et minimales.
- Calculer le courant i_2 maximal et minimal traversant une bobine.
- Pour atteindre la déviation maximale, on utilise i_2 max. Quelles valent alors la tension U et la vitesse v des électrons accélérés par le condensateur ?
- La largeur maximale dont on dispose pour les bobines est a . Calculer le champ magnétique qu'il faudrait pour dévier un électron arrivant à vitesse v devant atteindre un écran éloigné de L et dévié de D .

Application numérique :

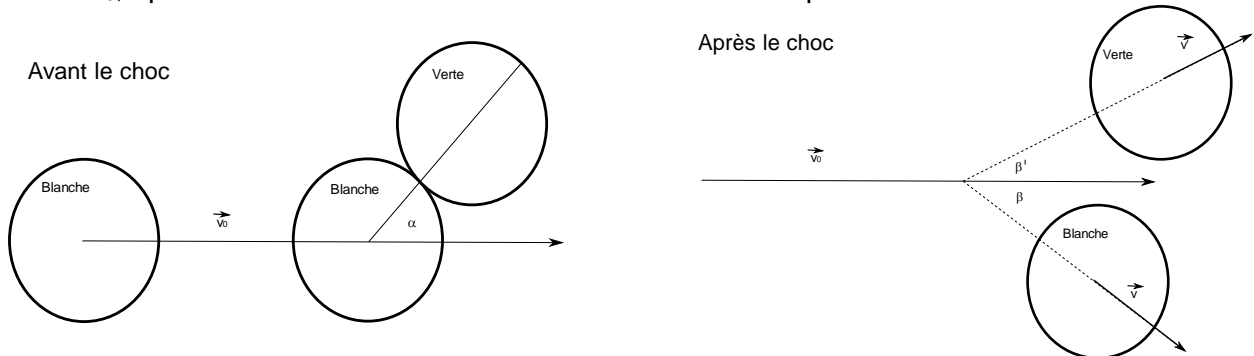
$\xi=6000 \text{ V}$
 $a=1 \text{ cm}$

$R_\xi=1 \ \Omega$
 $L=50 \text{ cm}$

$R_1=R_2=1000 \ \Omega$
 $D=20 \text{ cm}$

5) Répondre aux questions suivantes en justifiant vos réponses.

5.1. La boule blanche de billard percute la boule verte à une vitesse v_0 . Le rayon au point d'impact forme un angle α avec la direction de v_0 . Calculer les vitesses v et v' des boules blanches et vertes respectivement, ainsi que les angles β et β' , par rapport à la direction de v_0 , après le choc. Les masses des 2 boules sont identiques.



5.2. Dans un bac, on mélange un volume V_e d'eau et $V_g=2,5l$ de glace à des températures respectives de $\theta_e=20^\circ C$ et $\theta_g=-18^\circ C$. On estime $\rho_e=1,00kg/dm^3$ et $\rho_g=0,917kg/dm^3$ constants, car θ_e et θ_g sont tous 2 proches de $0^\circ C$.

5.2.1. On connaît $c_e=4180J/kgK$, $c_g=2060J/kgK$ et $L_f=330kJ/kg$ les chaleurs spécifiques et latentes. Pour quelles valeurs de V_e , le volume du mélange va-t-il augmenter ou diminuer (par rapport au volume initial) ?

5.2.2. On met la glace dans le bac et ensuite on remplit d'eau jusqu'à raz bord. Pour quelle quantité d'eau, le liquide va-t-il déborder, lorsque le mélange atteindra l'équilibre thermique ?

5.3. Un câble coaxial est formé d'un cœur métallique de diamètre $d=2mm$ et d'un cylindre extérieur, de diamètre intérieur $D=4mm$ et épaisseur $x=1mm$. Si la charge intérieure est de $\lambda=24C/m$ et la charge extérieure est nulle, calculer la valeur du champ électrique E :

5.3.1. En fonction de la distance r du centre.

5.3.2. Au centre du câble.

5.3.3. À $r_1=1,5mm$ du centre.

5.3.4. À $r_2=2,5mm$ du centre.

5.3.5. À $r_3=3,5mm$ du centre

